ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΤΕΤΑΡΤΗ 3 ΙΟΥΝΙΟΥ 2026
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

Α1.
Σχολικό βιβλιο σελ. 133

Α2.
Σχολικό βιβλιο σελ. 51

Α3.
Σχολικό βιβλιο σελ. 185

Α4.
α) Λ   β) Σ   γ) Σ   δ)Σ   ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1.
Τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων είναι:

- Dg = [2, + ∞)
- Df = (1, + ∞)

Dh = {x ∈ Dg και g(x) ∈ Df}
Λύνουμε το σύστημα των περιορισμών:

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 2 \\ g(x) > 1 \Leftrightarrow \sqrt{x-2}+1 > 1 \Leftrightarrow \sqrt{x-2} > 0 \Leftrightarrow x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2 \end{array}\right\}$$

Άρα $D_h = (2,+\infty)$

Για κάθε x ∈ $(2,+\infty)$ ο τύπος της συνάρτησης : h(x) είναι

$$h(x) = (fog)(x) = f(g(x)) = 2\ln(g(x)-1) = h(x) = 2\ln\left(\sqrt{x-2}+1-1\right) = 2\ln\left(\sqrt{x-2}\right) = 1$$

$$\mathrm{n}\left(\sqrt{x-2}\right)^2 = \ln(x-2)$$

Άρα, η συνάρτηση είναι η: $h:(2,+\infty) \to \mathbb{R} \quad \mu\varepsilon \quad h(x) = \ln(x-2)$

i) Απόδειξη ότι η h αντιστρέφεται: Θα εξετάσουμε τη μονοτονία της h στο Dh = $(2,+\infty)$.

$\acute{E}\sigma\tau\omega\ x_1, x_2 \in (2,+\infty)\ \ \mu\varepsilon\ \ x_1 < x_2 :$ Τότε έχουμε διαδοχικά:

$$x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1 - 2 < x_2 - 2$$

Επειδή η συνάρτηση y = ln x είναι γνησίως αύξουσα, ισχύει:

$$\ln(x_1-2)<\ln(x_2-2)\Rightarrow h(x_1)<h(x_2)$$

Επομένως, η συνάρτηση h είναι **γνησίως αύξουσα** στο $(2,+\infty)$ άρα είναι και **"1-1"**, οπότε **αντιστρέφεται**

(Εναλλακτικά με παραγώγους: $h'(x)=\dfrac{1}{x-2}>0$ για κάθε x>2, άρα h γνησίως αύξουσα, άρα "1-1".)

Ιι) Το πεδίο ορισμού της h^{-1} είναι το σύνολο τιμών της h. Επειδή η h είναι συνεχής και γνησίως αύξουσα στο $D_h=(2,+\infty)$ το σύνολο τιμών της είναι: $h(\Delta)=\left(\lim\limits_{x\to 2^+}h(x),\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)\right)$

$$\lim_{x\to 2^+}h(x)=\lim_{x\to 2^+}\ln(x-2)\overset{u=x-2}{=}\lim_{u\to 0^+}\ln u=-\infty$$

$$\lim_{x\to +\infty}h(x)=\lim_{x\to +\infty}\ln(x-2)\overset{u=x-2}{=}\lim_{u\to +\infty}\ln u=+\infty$$

Συνεπώς, $D_{h^{-1}}=h(\Delta)=\mathbb{R}$.

Γι α να βρούμε τον τύπο, λύνουμε την εξίσωση h(x) = y ως προς x (με x > 2 και y $y\in\mathbb{R}$)

$$h(x)=y\Leftrightarrow \ln(x-2)=y\Leftrightarrow x-2=e^y\Rightarrow x=e^y+2$$

Η τιμή $x=e^y+2$ ικανοποιεί τον περιορισμό x > 2 για κάθε $y\in\mathbb{R}$ αφού $e^y>0$

$$x=e^y+2\Leftrightarrow f^{-1}\left(y\right)=e^y+2$$

Αλλάζοντας τη μεταβλητή από y σε x, η αντίστροφη συνάρτηση είναι η:

$$h^{-1}:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\quad \text{με}\quad h^{-1}(x)=e^x+2$$

Β3.

$$L=\lim_{x\to 2^+}\left(h(x)\cdot\frac{f(x)}{x-2}\right)=L=\lim_{x\to 2^+}\left(\ln(x-2)\cdot\frac{2\ln(x-1)}{x-2}\right)$$

$$L=2\cdot\lim_{x\to 2^+}\left[\frac{\ln(x-1)}{x-2}\cdot\ln(x-2)\right]$$

$$\bullet\ \lim_{x\to 2^+}\frac{\ln(x-1)}{x-2}\ \underset{DLH}{\overset{\frac{0}{0}}{=}}\ \lim_{x\to 2^+}\frac{(\ln(x-1))'}{(x-2)'}=\lim_{x\to 2^+}\frac{\frac{1}{x-1}}{1}=\frac{1}{2-1}=1$$

$$\bullet\ \lim_{x\to 2^+}\ln(x-2)=-\infty$$

Άρα $L=2\cdot 1\cdot(-\infty)=-\infty$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Ι)Εφόσον η f έχει οριζόντια ασύμπτωτη στο $+\infty$ Αυτό σημαίνει ότι το όριο $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ είναι πραγματικός αριθμός, δηλαδή: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\ell,\quad \ell\in\mathbb{R}$

Αν $\kappa \neq 0$ τότε επειδή η f είναι ρητή συνάρτηση, το όριο στο $+\infty$ καθορίζεται από τους μεγιστοβάθμιους όρους:

(ανάλογα με το πρόσημο του k). Αυτό όμως είναι άτοπο, διότι η f έχει οριζόντια ασύμπτωτη (άρα το όριο πρέπει να είναι πεπερασμένο).

Άρα πρέπει υποχρεωτικά **κ= 0**

Για κ= 0, ο τύπος της συνάρτησης γίνεται: $f(x)=\dfrac{\mu x}{x^2+1}$

Μας δίνεται ότι η ευθεία): y = x εφάπτεται στη γραφική παράσταση της f στην αρχή των αξόνων O(0,0). Αυτό σημαίνει

Το σημείο O(0,0) ανήκει στη γραφική παράσταση της f, δηλαδή f(0) = 0ο οποίο ισχύει αφού $f(0)=\dfrac{\mu\cdot 0}{0^2+1}=0$

Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης (ε) ισούται με $f'(0)$

Η ευθεία y = x έχει συντελεστή διεύθυνσης λ = 1. Άρα, πρέπει: $f'(0)=1$

Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως ρητή.

$$f'(x)=\frac{(\mu x)'(x^2+1)-(\mu x)(x^2+1)'}{(x^2+1)^2}=f'(x)=\frac{\mu(x^2+1)-\mu x(2x)}{(x^2+1)^2}=\frac{\mu x^2+\mu-2\mu x^2}{(x^2+1)^2}=\frac{\mu-\mu x^2}{(x^2+1)^2}$$

Για x = 0έχουμε: $f'(0)=\dfrac{\mu-\mu\cdot 0^2}{(0^2+1)^2}=\dfrac{\mu}{1}=\mu$

Επειδή $f'(0)=1$ άρα μ=1

Γ2.

Για κ=ο και μ=1 η συνάρτηση γίνεται $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1},\quad x\in\mathbb{R}$

i) Μονοτονία και Ακρότατα

$$f'(x)=\frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$$

Για να βρούμε τα κρίσιμα σημεία, λύνουμε την εξίσωση $f'(x)=0$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow 1-x^2=0 \Leftrightarrow x^2=1 \Leftrightarrow x=1 \quad ή \quad x=-1$$

Το πρόσημο της $f'(x)$ εξαρτάται αποκλειστικά από τον αριθμητή $1-x^2$ εφόσον ο παρονομαστής $(x^2+1)^2$ είναι πάντα θετικός.

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow 1-x^2<0 \Leftrightarrow \chi \prec -1 \text{ ή } \chi \succ 1$$

$$f'(x) \succ 0 \Leftrightarrow 1-x^2 \succ 0 \Leftrightarrow -1 \prec \chi \prec 1.$$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
f		↘	Τ.Ε	↗	Τ.Μ	↘	

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο -1 το $f(-1)=-\frac{1}{2}$

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο 1 το f (1) = $\frac{1}{2}$

ii) Στο $\Delta_1=(-\infty,-1]$ η f είναι συνεχής και γνησίως φθίνουσα άρα $f(\Delta_1)=\left[f(-1),\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)\right)=\left[-\frac{1}{2},0\right)$

εφόσον $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x}{x^2+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x}{x^2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{x}=0$

στο $\Delta_2=[-1,1]$ η f είναι συνεχής και γνησίως αύξουσα άρα $f(\Delta_2)=[f(-1),f(1)]=\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$

στο $\Delta_3=[1,+\infty)$ η f είναι συνεχής και γνησίως φθίνουσα άρα $f(\Delta_3)=\left(\lim\limits_{x\to+\infty}f(x),f(1)\right]=\left(0,\frac{1}{2}\right]$

γιατί $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{x^2+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=$

Η ένωση αυτών των διαστημάτων μάς δίνει το συνολικό σύνολο τιμών:

$$f(\mathbb{R})=f(\Delta_1)\cup f(\Delta_2)\cup f(\Delta_3)=\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$$

Για το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $f(x)=\frac{1}{2}+\alpha^2$ για τις διάφορες τιμές του $\alpha\in\mathbb{R}$

Είναι $\frac{1}{2}+\alpha^2\geq\frac{1}{2}$ για κάθε $\alpha\in\mathbb{R}$ οπότε διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

Αν $\frac{1}{2}+\alpha^2\succ\frac{1}{2}\Leftrightarrow\alpha\neq0\ \ \text{τότε}\ \ \frac{1}{2}+\alpha^2\notin f(A)$ άρα η εξίσωση $f(x)=\frac{1}{2}+\alpha^2$ είναι αδύνατη για $\alpha\neq0$

Αν $\frac{1}{2}+\alpha^2=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\alpha=0$ τότε η εξίσωση $f(x)=\frac{1}{2}$ έχει μοναδική λύση την x=1

Γ3.

I)

$$I_v+I_{v+1}=\int_0^1\frac{x^{2v+1}}{x^2+1}dx+\int_0^1\frac{x^{2(v+1)+1}}{x^2+1}dx=I_v+I_{v+1}=\int_0^1\frac{x^{2v+1}+x^{2v+3}}{x^2+1}dx=I_v+I_{v+1}=\int_0^1\frac{x^{2v+1}\cancel{(1+x^2)}}{\cancel{x^2+1}}dx=$$

$$\int_0^1x^{2v+1}dx=\left[\frac{x^{2v+2}}{2v+2}\right]_0^1=\frac{1^{2v+2}}{2v+2}-\frac{0^{2v+2}}{2v+2}=\frac{1}{2v+2}$$

Από τον αρχικό τύπο για ν=0:

$$I_0=\int_0^1\frac{x^{2(0)+1}}{x^2+1}dx=\int_0^1\frac{x}{x^2+1}dx=\frac{1}{2}\int_0^1\frac{2x}{x^2+1}dx=\frac{1}{2}\int_0^1\frac{(x^2+1)'}{x^2+1}dx=\frac{1}{2}\Big[\ln(x^2+1)\Big]_0^1=\frac{1}{2}(\ln 2-\ln 1)=\frac{\ln 2}{2}$$

Για το I_1 **:** Χρησιμοποιούμε την αναδρομική σχέση του ερωτήματος (i) για ν=0:

$$I_0+I_1=\frac{1}{2(0)+2}\Leftrightarrow I_0+I_1=\frac{1}{2}$$

$$I_1=\frac{1}{2}-I_0=\frac{1}{2}-\frac{\ln 2}{2}=\frac{1-\ln 2}{2}$$

Για το I_2 **:** Χρησιμοποιούμε την αναδρομική σχέση του ερωτήματος (i) για ν=1:

$$I_1+I_2=\frac{1}{2(1)+2}\Leftrightarrow I_1+I_2=\frac{1}{4}$$

$$I_2=\frac{1}{4}-I_1=\frac{1}{4}-\left(\frac{1}{2}-\frac{\ln 2}{2}\right)=\frac{1}{4}-\frac{2}{4}+\frac{\ln 2}{2}=\frac{\ln 2}{2}-\frac{1}{4}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Θεωρούμε τη συνάρτηση $h(x)=g(x)+x$ ορισμένη στο $[-1,0]$

- Η h είναι συνεχής το $[-1,0]$ ως άθροισμα συνεχών συναρτήσεων
- $h(-1)=g(-1)-1<0$

και

$$h(0)=g(0)+0=g(0)>0$$

διότι από υπόθεση ξέρουμε ότι $0<g(x)<1$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$

Οπότε από το θεώρημα Bolzano υπάρχει ένα τουλάχιστον $x_1\in(-1,0)$ τέτοιο ώστε

$$h(x_1)=0\Leftrightarrow g(x_1)+x_1=0$$

Επίσης η h είναι παραγωγίσιμη στο $(-1,0)$ ως άθροισμα παραγωγίσιμων συναρτήσεων με

$$h'(x)=g'(x)+1\neq 0$$

Όμως h' είναι συνεχής στο $(-1,0)$ διότι η g' είναι συνεχής στο $(-1,0)$ από υπόθεση άρα η h' διατηρεί σταθερό πρόσημο στο $(-1,0)$.

Συνεπώς η h είναι γνησίως μονότονη άρα το x_1 μοναδική ρίζα της h στο $(-1,0)$.

Δ2.

Εφόσον η f είναι παραγωγίσιμη συνάρτηση θα είναι παραγωγίσιμη και στο σημείο $x_0 = 0$.

Άρα πρέπει $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x} = \lim\limits_{x\to 0^-} \frac{f(x)-f(0)}{x}$.

Έχουμε :

- $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x} = \lim\limits_{x\to 0^+} \frac{2\eta\mu x + \varepsilon\varphi x - \kappa x}{x} = \lim\limits_{x\to 0^+}\left(\frac{2\eta\mu x}{x} + \frac{\varepsilon\varphi x}{x} - \kappa\right) = 3-\kappa$

  διότι $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{\eta\mu x}{x} = 1$ και $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{\varepsilon\varphi x}{x} = \lim\limits_{x\to 0^+}\left(\frac{\eta\mu x}{x}\cdot\frac{1}{\sigma\upsilon\nu x}\right) = 1\cdot 1 = 1$

- $\lim\limits_{x\to 0^-} \frac{f(x)-f(0)}{x} = \lim\limits_{x\to 0^-} \frac{x^2(g(x)+x)}{x} = \lim\limits_{x\to 0^-}\left[x\cdot(g(x)+x)\right] = 0$

  διότι $\lim\limits_{x\to 0^-} g(x) = g(0)$ αφού g συνεχής.

Επομένως, $3-\kappa = 0 \Leftrightarrow \kappa = 3$.

Δ3. Στο διάστημα $\left[0,\frac{\pi}{2}\right)$ είναι: $f(x) = 2\,\eta\mu\, x + \varepsilon\varphi\, x - 3x$.

i) Η f είναι συνεχής στο $\left[0,\frac{\pi}{2}\right)$ και παραγωγίσιμη στο $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ με

$$f'(x) = 2\,\sigma\upsilon\nu\, x + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x} - 3 = \frac{2\sigma\upsilon\nu^3 x - 3\sigma\upsilon\nu^2 x + 1}{\sigma\upsilon\nu^2 x} = \frac{(\sigma\upsilon\nu x - 1)^2(2\sigma\upsilon\nu x + 1)}{\sigma\upsilon\nu^2 x} > 0$$

αφού $0 < \sigma\upsilon\nu x < 1$.

Άρα $f'(x) > 0$ στο $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ οπότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\left[0,\frac{\pi}{2}\right)$, αφού είναι συνεχής στο $x = 0$.

Για κάθε $0 < x < \frac{\pi}{2} \overset{f\uparrow}{\Leftrightarrow} f(0) < f(x)$ και επειδή $f(0) = 0$ ισχύει $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in \left[0,\frac{\pi}{2}\right)$ με την ισότητα να ισχύει μόνο για $x = 0$.

Η εξίσωση $3f(x) = \pi$ γράφεται ισοδύναμα: $f(x) = \frac{\pi}{3}$

Εφόσον η συνάρτηση f είναι **γνησίως αύξουσα** στο διάστημα [0, 2), αρκεί να εξετάσουμε το σύνολο τιμών της

f(0) = 0

Το σύνολο τιμών είναι το $f([0,2)) = [f(0), \lim\limits_{x\to 2^-} f(x))$

$$f([0,2)) = [0, \lim_{x\to 2^-}(2\eta\mu x + \varepsilon\varphi x - 3x)) = [0,+\infty\ )$$

Προφανώς, η τιμή $\frac{\pi}{3}$ ανήκει στο σύνολο τιμών [0, +∞) , επομένως υπάρχει **μοναδικό** $x_0 \in [0,2)$

τέτοιο ώστε $f(x_0) = \frac{\pi}{3}$

Δ4.

i) Η συνάρτηση $h(x)=g(x)+x$, $x\in[x_1,0]$, είναι παραγωγίσιμη με $h'(x)=g'(x)+1$ που είναι συνεχής και μη μηδενιζόμενη στο $(x_1,0)$, αφού $g'(x)\neq -1$, για κάθε $x\in\mathbb{R}$, οπότε διατηρεί σταθερό πρόσημο στο διάστημα $(x_1,0)$.

Αν είναι $h'(x)<0$, για κάθε $x\in(x_1,0)$, τότε h είναι γνησίως φθίνουσα στο $[x_1,0]$. Έτσι :

$x_1<0\Rightarrow h(x_1)>h(0)\overset{\Delta 1}{\Rightarrow}0>g(0)$, που είναι άτοπο, αφού $0<g(x)<1$, για κάθε $x\in\mathbb{R}$

Άρα είναι $h'(x)>0$, οπότε h είναι γνησίως αύξουσα στο $[x_1,0]$ και έτσι :

$x_1\le x\le 0\overset{h\nearrow}{\Rightarrow}h(x_1)\le h(x)\le h(0)\Rightarrow 0\le g(x)+x\le g(0)$. Αλλά :

Στο διάστημα $[x_1,0)$ είναι $f(x)=x^2h(x)\ge 0$ και αφού $f(0)=0$, τελικά είναι $f(x)\ge 0$, για κάθε $x\in[x_1,0]$, όπως θέλαμε.

Ιι)

Το εμβαδό του χωρίου Ω₁ που περικλείεται από την C_f, τον άξονα x'x, τον άξονα y'y και την ευθεία $x=x_1$ είναι $E(\Omega_1)=\int_{x_1}^{0}|f(x)|dx\overset{f(x)\ge 0}{\Leftrightarrow}E(\Omega_1)=\int_{x_1}^{0}f(x)dx=\int_{x_1}^{0}x^2(g(x)+x)dx$

Το εμβαδό του χωρίου Ω₂ που περικλείεται από την C_f, τον άξονα x'x, τον άξονα y'y και την ευθεία $x=f(x_2)=\frac{\pi}{3}$ είναι $E(\Omega_2)=\int_{0}^{\frac{\pi}{3}}|f(x)|dx\overset{f(x)\ge 0}{\Leftrightarrow}E(\Omega_2)=\int_{0}^{\frac{\pi}{3}}f(x)dx=\int_{0}^{\frac{\pi}{3}}(2\eta\mu x+\varepsilon\varphi x-3x)dx$

Έχουμε :

$$E(\Omega_1)=\int_{x_1}^{0}x^2(g(x)+x)dx=\int_{x_1}^{0}(x^2g(x)+x^3)dx=\int_{x_1}^{0}x^2g(x)dx+\int_{x_1}^{0}x^3dx=$$

$$=\int_{x_1}^{0}\left(\frac{x^3}{3}\right)'g(x)dx+\left[\frac{x^4}{4}\right]_{x_1}^{0}=\left[\frac{x^3}{3}g(x)\right]_{x_1}^{0}-\int_{x_1}^{0}\frac{x^3}{3}g'(x)dx-\frac{x_1^4}{4}$$

$$=-\frac{x_1^3}{3}g(x_1)-\int_{x_1}^{0}\frac{x^3}{3}g'(x)dx-\frac{x_1^4}{4}=-\frac{x_1^3}{3}(-x_1)-\int_{x_1}^{0}\frac{x^3}{3}g'(x)dx-\frac{x_1^4}{4}=$$

$$=\frac{x_1^4}{3}-\int_{x_1}^{0}\frac{x^3}{3}g'(x)dx-\frac{x_1^4}{4}=\frac{x_1^4}{12}-\frac{1}{3}\int_{x_1}^{0}x^3g'(x)dx$$

Διότι $g(x_1)=-x_1$ από το ερώτημα **Δ1.**

$$E(\Omega_2)=\int_0^{\frac{\pi}{3}}(2\eta\mu x+\varepsilon\varphi x-3x)dx=\left[-2\sigma\upsilon\nu x-\ln(\sigma\upsilon\nu x)-3\frac{x^2}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{3}}=$$

$$=-2\cdot\frac{1}{2}-\ln\left(\frac{1}{2}\right)-3\frac{\pi^2}{18}+2=1+\ln 2-\frac{\pi^2}{6}$$

Επομένως :

$$E(\Omega_1)=E(\Omega_2)\Leftrightarrow\frac{x_1^4}{12}-\frac{1}{3}\int_{x_1}^{0}x^3g'(x)dx=1+\ln 2-\frac{\pi^2}{6}\Leftrightarrow$$

$$\frac{x_1^4}{12}-\frac{1}{3}\int_{x_1}^{0}x^3g'(x)dx=1+\ln 2-\frac{\pi^2}{6}\Leftrightarrow\frac{x_1^4}{4}-\int_{x_1}^{0}x^3g'(x)dx=3+3\ln 2-\frac{\pi^2}{2}\Leftrightarrow$$

$$\frac{x_1^4}{4}-3-3\ln 2+\frac{\pi^2}{2}=\int_{x_1}^{0}x^3g'(x)dx.$$

ΤΕΛΟΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ